



mathematica.gr

Ινστιτούτος
Μαθηματικών

45 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΛΥΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ



ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : Δ. Ε. ΚΟΝΤΟΚΩΣΤΑΣ

Αύγουστος 2014



Η γενική μορφή εξίσωσης 1^{ου} βαθμού είναι : $\alpha \cdot \chi + \beta = 0$, όπου α, β είναι οι συντελεστές της εξίσωσης και το χ η μεταβλητή .

Αντί να δούμε όμως την επίλυση της εξίσωσης στη γενική μορφή της , πάμε να δούμε μερικά απλά παραδείγματα .

Ξεκινάω με ένα πολύ απλό παράδειγμα :

$$\text{i. } 5\chi = 10 \Rightarrow \frac{5\chi}{5} = \frac{10}{5} \Rightarrow \chi = 2$$

Όταν η εξίσωση είναι στη μορφή $\alpha \cdot \chi = \gamma$, με $\alpha \neq 0$, διαιρούμε και τα δύο μέλη με τον συντελεστή του αγνώστου , δηλ το α .

Όπως καταλαβαίνουμε η λύση της εξίσωσης ,

ο αριθμός 2, επαληθεύει την ισότητα που δόθηκε αρχικά, αφού $5 \cdot 2 = 10$.

Πάμε όμως σιγά σιγά να δυσκολέψουμε τις εξισώσεις :

$$\text{ii. } 2\chi - 3 = 7 \Rightarrow 2\chi - 3 + 3 = 7 + 3 \Rightarrow 2\chi = 10 \Rightarrow \frac{2\chi}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow \chi = 5$$

Εδώ χωρίζουμε τους γνωστούς από τους αγνώστους όρους με ταυτόχρονη αλλαγή προσήμου , ουσιαστικά είναι μία μηχανιστική μέθοδος που προκύπτει αν προσθέσουμε και στα δύο μέλη τον αντίθετο του όρου, που θέλουμε να μετακινήσουμε.

Από εδώ και πέρα , λοιπόν , θα εφαρμόζουμε την μηχανιστική μέθοδο, όπως φαίνεται παρακάτω :

$$\text{iii. } 5\chi - 4 = 2\chi - 7 \Rightarrow 5\chi - 2\chi = 4 - 7 \Rightarrow 3\chi = -3 \Rightarrow \frac{3\chi}{3} = \frac{-3}{3} \Rightarrow \chi = -1$$

Τι γίνεται όμως όταν έχουμε παρενθέσεις ;

Αν έχουμε , λοιπόν , παρενθέσεις κάνουμε επιμεριστικές και τις απαλείφουμε. Βλέπε το παρακάτω παράδειγμα .

$$\begin{aligned} \text{iv. } 3(2\chi - 5) + 5 &= 6\chi - 4(\chi - 3) \Rightarrow 6\chi - 15 + 5 = 6\chi - 4\chi + 12 \\ &\Rightarrow 6\chi - 6\chi + 4\chi = 15 - 5 + 12 \Rightarrow 4\chi = 22 \Rightarrow \frac{4\chi}{4} = \frac{22}{4} \Rightarrow \chi = \frac{22}{4} \\ &\Rightarrow \chi = \frac{11}{2}. \end{aligned}$$



Τέλος θα δούμε τι κάνουμε όταν έχουμε και κλάσματα.

Στις εξισώσεις με κλάσματα πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο με το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών και έτσι απαλείφουμε τους παρονομαστές. Για να καταλάβετε τι εννοώ δείτε το παρακάτω παράδειγμα .

$$v. \quad \frac{2x-3}{2} + \frac{x+5}{3} = \frac{x-4}{2} - \frac{2-x}{6} \xrightarrow{\text{ΕΚΠ}(2,3,6)=6}$$

$$6 \cdot \frac{2x-3}{2} + 6 \cdot \frac{x+5}{3} = 6 \cdot \frac{x-4}{2} - 6 \cdot \frac{2-x}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(2x-3) + 2(x+5) = 3(x-4) - 1(2-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x - 9 + 2x + 10 = 3x - 12 - 2 + x$$

$$\Rightarrow 6x + 2x - 3x - x = 9 - 10 - 12 - 2$$

$$\Rightarrow 4x = -15 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{-15}{4} \Rightarrow x = \frac{-15}{4}.$$

Προσοχή στις ιδιαίτερες περιπτώσεις 1^ο βάρθμλων εξίσωσεων:

- $0x = 0 \Rightarrow$ **Ταυτότητα** , δηλ . επαληθεύεται για κάθε πραγματικό αριθμό . Π.χ. $0 \cdot 2014=0$ άρα και το 2014 είναι λύση της εξίσωσης.
- $0 \cdot x = \gamma \xRightarrow{\gamma \neq 0}$ **Αδύνατη εξίσωση** , δηλ . δεν έχει λύσεις.
Προφανώς όποιον αριθμό και να βάλουμε στη θέση του x δεν θα επαληθεύει την εξίσωση. Π.χ. στην εξίσωση $0 \cdot x = 5$ αν βάλουμε στη θέση του x το 2015 δεν θα την επαληθεύσει . Πράγματι:
 $0 \cdot 2015=0 \neq 5$ άρα ούτε το 2015 είναι λύση της εξίσωσης.

Όποιος θέλει μπορεί και να εξασκηθεί με τις παρακάτω προτεινόμενες ασκήσεις:



ΑΣΚΗΣΗ 1^η Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

- i. $3x = 12$
- ii. $5x + 6 = 16$
- iii. $2x + 4 = 3x - 10$
- iv. $-2(3x + 5) - 8x = 5 - 8(2x + 3)$
- v. $\frac{x+3}{3} + \frac{2x-5}{4} = \frac{x+4}{12} - \frac{5-3x}{6}$
- vi. $\frac{2x+3}{3} = \frac{5x-1}{2}$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η Να βρεθούν η τιμές των παραμέτρων λ, μ ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να είναι ταυτότητες:

- i. $(\lambda-5) \cdot x = 3\mu-5$
- ii. $(2\lambda+6\mu-1) \cdot x = \mu-2$
- iii. $2\lambda \cdot x - 4x = \mu-5$
- iv. $3\mu \cdot x - 2 = 3x + \lambda$
- v. $2\mu \cdot x + 5\lambda - 1 = 3x + 4 - 2\lambda \cdot x$
- vi. $2\lambda \cdot x - \lambda \cdot \mu \cdot x = \mu - 2$

Για κάθε μία από τις παραπάνω εξισώσεις να βρεθούν οι τιμές των λ, μ (αν υπάρχουν) ώστε οι εξισώσεις να είναι αδύνατες.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου λ ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να έχουν ρίζα τον αριθμό -1 :

- i. $3\lambda \cdot x = 12$
- ii. $5\lambda \cdot x + 6\lambda = 16$
- iii. $2\lambda \cdot x + 4 = 3x - 10\lambda$
- iv. $-2(3x + 5\lambda) - 8\lambda \cdot x = 5 - 8(2\lambda \cdot x + 3)$
- v. $\frac{x+3\lambda}{3} + \frac{2\lambda \cdot x - 5}{4} = \frac{\lambda \cdot x + 4}{12} - \frac{5\lambda - 3x}{6}$
- vi. $\lambda \cdot \frac{2x+3}{3} = \frac{5\lambda \cdot x - 1}{2}$



Πάμε όμως τώρα να δούμε μερικά προβλήματα , που λύνονται με εξίσωση 1^{ου} βαθμού . Θεωρώ ότι οι μαθητές πρέπει να καταλάβουν ότι οι εξισώσεις είναι ένα εργαλείο, που διευκολύνει την επίλυση καθημερινών προβλημάτων . Όσο πιο δύσκολα είναι τα προβλήματα τόσο πιο σύνθετες είναι οι εξισώσεις . Τα παρακάτω προβλήματα παρουσιάστηκαν και λύθηκαν από τα μέλη του forum mathematica.gr στον παρακάτω σύνδεσμο :

<http://www.mathematica.gr/forum/viewtopic.php?f=34&t=40504>

<u>Θεματοδότες (πλήθος ασκήσεων)</u>	<u>Λύτες (πλήθος λύσεων)</u>
Πάυλος Μαραγκουδάκης (17)	Ραφαήλ Ψυράκης-raf616 (12)
Δημήτρης Ιωάννου (6)	stergios7 (8)
Γιώργος Ρίζος (4)	Γιώργος Βισβίκης-george visvikis (4)
Γιάννης Κουτσούκος (3)	Δημήτρης Κοντόκωστας-ji2mada2006 (4)
Χρήστος Κάναβης-pana1333 (3)	orestisgotsis (3)
Σπύρος Καρδαμίτσας (2)	T-Rex (3)
KARKAR (2)	Νίκος Αϊνστάϊν (3)
Γιώργος Βισβίκης – george visvikis (1)	Παναγιώτης Χ. (3)
Γιώργος Καλαθάκης-exdx (1)	Γιώργος Ρίζος (1)
Δημήτρης Κοντόκωστας-ji2mada2006 (1)	Ηλίας Φραγκάκος (1)
Κώστας Ζερβός (1)	gauss1988 (1)
Νίκος Φραγκάκης-Doloros (1)	leftgavr (1)
vzf (1)	mathxl (1)
zitavita (1)	
xr.tsif (1)	

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1** από Παύλο Μαραγκουδάκη

Η ηλικία μου είναι εντεκαπλάσια της ηλικίας της κόρης μου. Σε 6 χρόνια η ηλικία μου θα γίνει πενταπλάσια της ηλικίας της κόρης μου. Ποια είναι η σημερινή ηλικία μου και ποια της κόρης μου;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 από Δημήτρη Ιωάννου

Ένας μαθητής διαγωνίσθηκε σε ένα τεστ, που περιείχε 30 ερωτήσεις του τύπου ΣΩΣΤΟ -ΛΑΘΟΣ. Ο μαθητής αυτός απάντησε σε όλες τις ερωτήσεις. Αν από κάθε σωστή απάντηση κέρδιζε 3 μονάδες, ενώ από κάθε λάθος απάντηση έχανε 2 μονάδες και αν ο βαθμός που πήρε ήταν 30, να βρείτε σε πόσες ερωτήσεις έδωσε την σωστή απάντηση.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 από Κώστα Ζερβό

Ένα ξενοδοχείο έχει συνολικά 20 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Πόσα είναι τα δίκλινα δωμάτια και πόσα τα τρίκλινα αν σε αυτά υπάρχουν συνολικά 48 κρεβάτια;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4 από Δημήτρη Ιωάννου

Ένας μαθητής διαγωνίστηκε σε ένα τεστ που είχε 30 ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση κέρδιζε 3 μονάδες, για κάθε λάθος απάντηση έχανε 2 μονάδες, ενώ ούτε κέρδιζε ούτε έχανε μονάδες, αν δεν απαντούσε σε κάποια ερώτηση. Αν ο μαθητής πήρε βαθμό 70, να βρείτε σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά, σε πόσες απάντησε λάθος και σε πόσες δεν απάντησε.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5** από Νίκο Φραγκάκη (Doloros)

Μια βρύση, έστω A , με σταθερή παροχή γεμίζει, από μόνη της, μια δεξαμενή σε 2 ώρες. Μια άλλη βρύση, έστω B , κι αυτή σταθερής παροχής γεμίζει, από μόνη της, την ίδια δεξαμενή σε 3 ώρες. Ανοίγουμε την βρύση A και μετά από 1 ώρα ανοίγουμε και την βρύση B . Σε πόση συνολικά ώρα θα γεμίσει ή δεξαμενή ;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (gauss1988)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6 από Γιάννη Κουτσούκο

Ένα γυμνάσιο έχει 350 μαθητές. Η A τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους από την B και η Γ έχει 32 λιγότερους από την A . Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη του γυμνασίου ;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7 από Δημήτρη Ιωάννου

Αν οι μαθητές μιας τάξης καθίσουν ανά δύο στα θρανία, τότε μένουν όρθιοι 4 μαθητές. Αν όμως καθίσουν ανά τρεις, τότε μένουν κενά 3 θρανία. Πόσοι είναι οι μαθητές και πόσα τα θρανία; (Να λυθεί με εξίσωση)

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (leftgavr)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8 από KARKAR

Ένας ποδηλάτης διανύει μian απόσταση μεταξύ δύο πόλεων σε 3 ώρες . Αν αυξήσει την ταχύτητά του κατά 3km/h , θα κερδίσει μισή ώρα . Πόσο θα διαρκέσει η διαδρομή αν οδηγήσει με ταχύτητα κατά 3km/h μικρότερη της αρχικής ;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ηλία Φραγκάκο

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 9** από Γιάννη Κουτσούκο

Σε μία εκδρομή έλαβαν μέρος 30 άτομα, άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Ο αριθμός των γυναικών είναι ίσος με τα $\frac{2}{3}$ του αριθμού των ανδρών, ενώ ο αριθμός των παιδιών είναι ίσος με το $\frac{1}{2}$ του αριθμού των ανδρών και γυναικών μαζί. Να βρείτε πόσοι άνδρες, γυναίκες και παιδιά συμμετείχαν στην εκδρομή.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10 από Γιάννη Κουτσούκο

Εάν στα $\frac{5}{6}$ ενός αριθμού προσθέσουμε τον αριθμό 2, και στο αποτέλεσμα αυτό αφαιρέσουμε το $\frac{1}{2}$ του κατά 6 μεγαλύτερου του αριθμού βρίσκουμε το $\frac{1}{3}$ του κατά 3 μικρότερου αριθμού. Να βρεθεί ο αριθμός αυτός εάν γνωρίζουμε ότι είναι πολλαπλάσιο του 9 και περιέχεται μεταξύ των 50 και 80.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Δημήτρη Κοντόκωστα (ji2mada2006)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11 από Σπύρο Καρδαμίτση

Ο μαθηματικός Διόφαντος διατύπωσε τον παρακάτω διάλογο πρόβλημα «Ευτυχισμένε Πυθαγόρα, Ελικώνιε απόγονε των Μουσών, πες μου σε παρακαλώ πόσοι φοιτούν στην σχολή σου;» Βεβαίως θα σου πω Πολυκράτη. Οι μισοί ασχολούνται με τα ωραία μαθηματικά, το ένα τέταρτο εξάλλου καταπιάνεται με την έρευνα της αθάνατης φύσης, ενώ το ένα έβδομο παραμένει τελείως αμίλητο και σκέφτεται παραμύθια. Υπάρχουν ακόμα και τρεις γυναίκες από τις οποίες ξεχωρίζει η Θεανώ. Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών του Πυθαγόρα.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 12** από Γιώργο Ρίζο

Ο Αντώνης αγοράζει 12 κουτιά αναψυκτικό στη λιανική τους τιμή. Στο ταμείο του καταστήματος όμως βλέπει μία διαφήμιση προσφοράς στο συγκεκριμένο αναψυκτικό, η οποία φαίνεται στο σχήμα. Με τα ίδια χρήματα αγοράζει 6 κουτιά επιπλέον. Ποια είναι η λιανική τιμή του αναψυκτικού;



ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Γιώργο Βισβίκη (george visviki)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 13 από Γιώργο Ρίζο

Σχεδιάζοντας ένα κτίριο ένας μηχανικός, βλέπει ότι οι διαστάσεις του δαπέδου μιας αίθουσας σχήματος ορθογωνίου διαφέρουν κατά $4m$. Αν η μεγαλύτερη διάσταση αυξηθεί κατά $2m$ και η μικρότερη ελαττωθεί κατά $1m$, το εμβαδό του δαπέδου παραμένει το ίδιο. Να βρείτε τις διαστάσεις της αίθουσας και το εμβαδό της.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (orestisgotsis)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 14 από Γιώργο Ρίζο

Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις $10cm$ και $6cm$. Αυξάνουμε τη μία του πλευρά κατά $5cm$. Πόσο πρέπει να αυξηθεί η άλλη του πλευρά, ώστε το νέο ορθογώνιο να έχει εμβαδό διπλάσιο του πρώτου και οι πλευρές του να έχουν μήκη φυσικούς αριθμούς;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (orestisgotsis)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 15** από Χρήστο Κανάβη (pana1333)

- α) Ένα παντελόνι κοστίζει 55 ευρώ με έκπτωση 20%. Πόσο ήταν η αρχική τιμή του παντελονιού;
- β) Ένα παντελόνι κοστίζει 125 ευρώ και το πληρώσαμε 95 ευρώ. Πόσο τοις εκατό έκπτωση μας έκαναν; (Να λυθούν με εξίσωση)

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 16 από Χρήστο Κανάβη (pana1333)

- α) Το άθροισμα 5 διαδοχικών αριθμών ισούται με 90. Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;
- β) Η διαφορά του γινομένου ενός φυσικού αριθμού με το προηγούμενο του και με τον επόμενο του ισούται με -4 . Ποιος είναι αυτός ο αριθμός;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (T-Rex)

Πρόβλημα 17 από Γιώργη Καλαθάκη (exdx)

Ένας πατέρας είναι μεγαλύτερος κατά 40 χρόνια από την κόρη του . Πριν από 3 χρόνια η ηλικία του ήταν πενταπλάσια από αυτήν της κόρης του . Ποιες είναι οι σημερινές τους ηλικίες ;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (T-Rex)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 18 από Χρήστο Κανάβη (pana1333)

Έστω ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων και το σημείο $A(x_1, y_1)$ που ανήκει στην ευθεία $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$. Αν το άθροισμα των συντεταγμένων του σημείου A ισούται με $\frac{2}{5}$ να βρεθούν η τετμημένη x_1 και η τεταγμένη y_1 .

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (orestisgotsis)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 19** από Παύλο Μαραγκουδάκη

Η Ευφροσύνη έχει 40 ευρώ λιγότερα από τον Αναστάση. Ο Μανώλης έχει 60 ευρώ περισσότερα από τον Αναστάση. Η Ευφροσύνη ξόδεψε το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων της, ο Αναστάσης το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων του και ο Μανώλης το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων του. Τώρα και οι τρεις μαζί έχουν 243 ευρώ. Πόσα χρήματα είχε αρχικά ο καθένας τους;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 20 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Η ηλικία του Αναστάση είναι τριπλάσια της ηλικίας της Ευφροσύνης. Ο Μανώλης είναι δύο χρόνια μεγαλύτερος από τον Αναστάση. Όταν η Ευφροσύνη θα έχει τη σημερινή ηλικία του Μανώλη τότε και οι τρεις μαζί θα έχουν άθροισμα ηλικιών 60 έτη. Ποιες είναι οι σημερινές τους ηλικίες;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 21 από (vzf)

Κάποιος κατέβηκε μια προς τα κάτω κινούμενη σκάλα και έφτασε στη βάση της περνώντας από 50 σκαλιά. Μετά ανέβηκε την ίδια σκάλα πάλι σκαλί σκαλί και πέρασε από 125 σκαλιά. Υποθέτοντας ότι έκανε 5 βήματα όταν ανέβαινε στο ίδιο χρόνο που έκανε 1 όταν κατέβαινε, πόσα σκαλιά θα βλέπαμε αν σταματούσε η κυλιόμενη σκάλα; Οι ταχύτητες με τις οποίες ανέβηκε και κατέβηκε ήταν σταθερές.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Δημήτρη Κοντόκωστα (ji2mada2006)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 22** από Παύλο Μαραγκουδάκη

Ποια στιγμή, ανάμεσα στις εννέα και δέκα η ώρα, οι δείκτες ενός ρολογιού είναι μαζί;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Γιώργο Βισβίκη (george visvikis)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 23 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Ποια στιγμή, ανάμεσα στη μία και τις δύο η ώρα, οι δείκτες ενός ρολογιού σχηματίζουν ευθεία γωνία;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Δημήτρη Κοντόκωστα (ji2mada2006)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 24 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Ποιες στιγμές, ανάμεσα στις δώδεκα και μία, οι δείκτες ενός ρολογιού σχηματίζουν ορθή γωνία;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Δημήτρη Κοντόκωστα (ji2mada2006)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 25 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Να βρεθεί ένας αριθμός του οποίου το διπλάσιο, όταν αυξηθεί κατά 5, γίνεται ίσο με το τριπλάσιό του ελαττωμένο κατά 2.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (Νίκο Αϊνσταϊν)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 26 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Ένα γυμνάσιο έχει 350 μαθητές. Η α' τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους από τη β' και η γ' 12 μαθητές λιγότερους από τη β'. Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (Νίκο Αϊνσταϊν)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 27** από Παύλο Μαραγκουδάκη

Πόσα κιλά ψευδάργυρου πρέπει να συντήξουμε με 140 κιλά χαλκού ώστε να πάρουμε ένα κράμα που να περιέχει 44% ψευδάργυρο και 56% χαλκό;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (Νίκο Αϊνσταϊν)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 28 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Το ψηφίο των δεκάδων ενός διψήφιου αριθμού είναι διπλάσιο από το ψηφίο των μονάδων του. Αν αλλάξουμε τη θέση των ψηφίων του, προκύπτει αριθμός κατά 36 μικρότερος. Ποιος είναι ο αριθμός;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Παναγιώτη Χ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 29 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Ποιος αριθμός πρέπει να προστεθεί στους όρους του κλάσματος $\frac{5}{12}$ ώστε αυτό να γίνει ίσο με $\frac{4}{5}$;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 30 από Γιώργη Καλαθάκη (exdx)

Ένα αυτοκίνητο φεύγει από την πόλη στις 2 μ.μ., κινούμενο με σταθερή ταχύτητα. Ένα δεύτερο αυτοκίνητο, επίσης κινούμενο με σταθερή ταχύτητα φεύγει από την πόλη στις 4 μ.μ. και ακολουθεί το πρώτο. Η ταχύτητα του δεύτερου είναι κατά 20 Km/h πιο μεγάλη από του πρώτου. Εάν το δεύτερο αυτοκίνητο προσπεράσει το πρώτο στις 10 μ.μ., ποιες είναι οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Παναγιώτη Χ.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 31** από (zitavita)

Ένα τετράγωνο και ένα ισοσκελές τρίγωνο έχουν την ίδια πλευρά. Αν η περίμετρος του τετραγώνου είναι 4 μονάδες μεγαλύτερη από την περίμετρο του τριγώνου, τότε να βρεθούν η πλευρά, η περίμετροι και το εμβαδό του τετραγώνου.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Παναγιώτη Χ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 32 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Για ένα τρίγωνο ABC γνωρίζουμε ότι η γωνία \hat{B} είναι διπλάσια της γωνίας \hat{C} . Σχεδιάζουμε τις διχοτόμους BD, CE του τριγώνου και ονομάζουμε I το σημείο τομής τους. Γνωρίζουμε ακόμα ότι $\widehat{BIC} = 132^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ABC .

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 33 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Για ένα οξυγώνιο τρίγωνο ABC γνωρίζουμε ότι η γωνία \hat{B} είναι τετραπλάσια της γωνίας \hat{C} . Σχεδιάζουμε τα ύψη BD, CE του τριγώνου που τέμνονται στο H . Γνωρίζουμε ακόμα ότι $\widehat{BHC} = 100^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ABC .

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 34 από Δημήτρη Ιωάννου

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABCD$ που έχει $AB = 10\text{cm}$ και $BC = x\text{cm}$. Έστω M το μέσον της CD και N το μέσον της BC .

α) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου AMN , σαν συνάρτηση του x

β) Να βρεθεί ο x αν το εμβαδόν του τριγώνου AMN είναι ίσο με $\frac{45}{2}\text{cm}^2$.

γ) Για την τιμή του x που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου AMN .

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Ραφαήλ Ψυρούκη (raf616)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 35** από Παύλο Μαραγκουδάκη

Συζητούν δύο φίλοι και λέει ο ένας στον άλλο:

-Αν μου δώσεις τα μισά σου χρήματα τότε θα έχω 100 ευρώ.

Απαντά ο άλλος:

-Αν εσύ μου δώσεις το ένα τρίτο των χρημάτων σου τότε θα έχω 100 ευρώ.

Πόσα χρήματα έχει ο καθένας τους;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 36 από Δημήτρη Ιωάννου

Ο Γιάννης και ο Νίκος ζουν σε ένα χωριό και έχουν κότες και κοκόρια.

Όσα είναι τα κοκόρια του Γιάννη, τόσες είναι οι κότες του Νίκου.

Κάποια μέρα ο Γιάννης αγόρασε όλα τα πουλερικά (κότες και κοκόρια) του Νίκου και βρέθηκε να έχει σύνολο 35. Αν στην αρχή τα δικά του ήταν 25, πόσα είναι τώρα τα κοκόρια του;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 37 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Να διαιρέσετε το 127 σε τέσσερα μέρη έτσι ώστε αν το πρώτο μέρος αυξηθεί κατά 18, το δεύτερο μέρος ελαττωθεί κατά 5, το τρίτο μέρος πολλαπλασιαστεί με το 6 και το τέταρτο διαιρεθεί με 2, 5 τότε να γίνουνται όλα ίσα.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 38 από Γιώργο Βισβίκη (george visvikis)

Ένας σκύλος κυνηγάει μία αλεπού, η οποία προηγείται κατά 50

πηδήματά της. Η αλεπού κάνει 4 πηδήματα, ενώ ο σκύλος στον ίδιο

χρόνο κάνει 3 πηδήματα. Τα 2 πηδήματα όμως του σκύλου

ισοδυναμούν σε μήκος με 3 πηδήματα της αλεπούς. Μετά από πόσα

δικά του πηδήματα, ο σκύλος θα φτάσει την αλεπού;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 39** από Παύλο Μαραγκουδάκη

Αγόρασε κάποιος έναν ζωγραφικό πίνακα και μετά πλήρωσε άλλα τόσα για την κορνίζα. Αν η κορνίζα κόστιζε 15 ευρώ λιγότερο και ο πίνακας 10 ευρώ περισσότερο τότε η κορνίζα θα κόστιζε το μισό του πίνακα. Πόσο κόστιζε ο πίνακας;

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 40 από Σπύρο Καρδαμίτση

Στην λαϊκή του Αιγάλεω ο Χρήστος πουλάει αυγά. Το πρώτο Σάββατο πούλησε τα μισά του αυγά και μισό αυγό χωρίς να σπάσει κανένα!!!!. Το δεύτερο Σάββατο πούλησε απ' όσα του είχαν απομείνει τα μισά και μισό αυγό χωρίς πάλι να σπάσει κανένα!!!! Το τρίτο Σάββατο πούλησε απ' όσα του είχαν απομείνει τα μισά και μισό αυγό χωρίς πάλι να σπάσει κανένα!!!! Στο τέλος αγόρασα και έγω το τελευταίο του αυγό. Πόσα αυγά είχε συνολικά.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (stergios7)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 41 από Παύλο Μαραγκουδάκη

Δύο αριθμοί έχουν λόγο $\frac{5}{8}$. Αν προσθέσουμε το 9 και στους δύο τότε ο λόγος τους γίνεται $\frac{8}{11}$. Βρείτε τους αριθμούς.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Βασίλη Μαυροφρύδη (mathxl)

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 42** από (xr.tsif)

Μια φορά περνούσανε τρεις από έναν τόπο που ήταν μια μηλιά φορτωμένη με μήλα. Κόβει ο ένας το ένα τρίτο των μήλων. Απ' όσα μείνανε κόβει ο δεύτερος το ένα τρίτο. Και απ' όσα μείνανε κόβει ο τρίτος το ένα τρίτο. Όσα μείνανε τελικά τα μοιράσανε με τέτοιο τρόπο που και οι τρεις πήρανε τον ίδιο αριθμό μήλων συνολικά. Πόσα μήλα είχε η μηλιά και πόσα πήρε ο καθένας; Να βρεθεί ο μικρότερος δυνατός αριθμός μήλων.

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από (T-Rex)

Πρόβλημα 43 από (KARKAR)

Ένας καθηγητής Μαθηματικών βγάζει τον βαθμό του A Τριμήνου, (ο οποίος κυμαίνεται από 8 μέχρι 20), με τον εξής τύπο: $B = \lambda \cdot \Gamma + 8$, όπου B ο βαθμός, λ ένας συντελεστής και Γ ο βαθμός του γραπτού.

α) Υπολογίστε το λ ώστε ο τύπος να "είναι σωστός" !
β) Πόσο πρέπει να γράψει ο μαθητής για να βγάλει βαθμό 17?

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Γιώργο Βισβίκη (george visvikis)

Πρόβλημα 44 από Δημήτρη Ιωάννου

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABCD$ με $\widehat{B} = 2\widehat{A}$ και πάνω στην προέκταση της DA και προς το μέρος του A παίρνουμε ένα σημείο E έτσι ώστε να είναι $DE = DB$. Αν η γωνία E είναι ίση με 40° , να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας ABE .

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Γιώργο Βισβίκη (george visvikis)

**Πρόβλημα 45** από Δημήτρη Κοντόκωστα (ji2mada2006)

Ένας μαραγκός έχει ένα μαδέρι 10μ. και θέλει να κατασκευάσει ένα ορθογώνιο πλαίσιο με αναλογίες χρυσής τομής . Μπορείτε να βοηθήσετε τον μαραγκό να βρει τις διαστάσεις του ορθογωνίου με προσέγγιση χιλιοστού; Δίνεται ο αριθμός της χρυσής τομής $\phi=1,618$

ΛΥΣΗ [εδώ](#) από Γιώργο Ρίζο